IDENTIFIKASI KESALAHAN KONSEPTUAL MAHASISWA DALAM PEMBUKTIAN SIFAT KEALJABARAN BILANGAN REAL DENGAN ALTERNATIF PENYELESAIAN REVOLUSI SOSIOKULTURAL

(Studi Kualitatif Eksploratif pada Mahasiswa Semester V FKIP Untika)

Elok Faik Khotun Nihayah¹ Saipul Bachri S. Lajiba²

Universitas Tompotika Luwuk Banggai elokmath72@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini dikategorikan ke dalam penelitian deskriptif-eksploratif dengan pendekatan kualitatif. Tujuan penelitian ini diharapkan akan teridentifikasi kesalahankesalahan konseptual mahasiswa dan melalui penerapan Teori Belajar Revolusi Sosiokultural diharapkan akan dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam membuktikan teorema-teorema yang ada dalam mata kuliah Analisis Real terutama pada materi Sifat Kealjabaran Bilangan Real. Hasil penelitian menghasilkan temuan bahwa kesalahan konseptual dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran dilakukan oleh subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan rendah dengan indikator 1) kurang tepat dalam menerapkan sifat-sifat operasi biner dalam pembuktian, 2) kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema, dan 3) kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah penyelesaian pembuktian. Sedangkan penyebab terjadinya kesalahan diantaranya adalah: 1) kesulitan dalam menentukan sifat yang akan digunakan dalam menyelesaikan soal, 2) kesulitan dalam mengaitkan antar teorema, 3) kesulitan dengan bentuk tanda mutlak, 4) kesulitan dengan bentuk akar, kesulitan dalam menerapkan teorema atau sifat, 5) kesulitan dalam mengoperasikan sebuah pembuktian, dan 6) kesulitan dengan simbol dalam analisis real. Sehingga, untuk meminimalisir kesalahan konseptual tersebut maka alternatif penyelesaiannya yaitu dengan menerapkan teori belajar revolusi sosiokultural. Dengan penerapan teori revolusi sosiokultural kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa semakin berkurang. Hal ini ditunjukkan dengan adanya peningkatan nilai rata-rata kelas dari 48 menjadi 85,27.

Kata Kunci: Kesalahan Konseptual, Teori Belajar Revolusi Sosiokultural, Analisis Real

PENDAHULUAN

Konsep merupakan salah satu objek dasar matematika yang paling penting karena pada hakikatnya belajar matematika adalah belajar tentang konsep. Kesalahan merupakan suatu bentuk penyimpangan terhadap hal yang benar, yang sifatnya berulang dan dilakukan secara terus menerus. Seorang individu dikatakan telah memahami konsep, jika individu tersebut mampu menyelesaikan masalah matematika berdasarkan konsep yang ia miliki dengan baik dan benar. Akan tetapi, jika pada saat menyelesaikan masalah matematika masih terdapat kesalahan yang dilakukan, maka dapat dikatakan bahwa individu tersebut belum memahami konsep yang telah diberikan.

Menurut Thobroni (2016: 42) bahwa semua konsep, prinsip, serta prosedur proses pembelajaran dan penilaian telah menjadi bagian integral dalam sistem pendidikan nasional, dan tertuang dalam UU Sisdiknas No. 20 Tahun 2003 serta berbagai peraturan turunannya, seperti standar proses pembelajaran, standar sarana dan prasarana, dan standar penilajan. Senada dengan pendapat Thobroni, secara khusus pentingnya konsep dalam matematika diungkapkan oleh Begle (Hudojo, 2005: 38) yang menyatakan bahwa sasaran atau objek penelaahan matematika adalah fakta, konsep, operasi, dan prinsip. Oleh karena itu, mahasiswa dan dosen bertanggungjawab secara bersama-sama untuk memberi pemahaman tentang konsep dalam pembelajaran matematika. Santosa (2013: 152) menyatakan bahwa kemampuan pembuktian matematis formal merupakan kemampuan yang perlu dimiliki oleh mahasiswa matematika dan pendidikan matematika. Kemampuan ini penting tidak hanya untuk melatih kemampuan berpikir mahasiswa, tapi juga untuk mengetahui alur berpikir matematika dan lebih jauh lagi untuk ikut mengembangkan matematika sebagai sebuah disiplin ilmu. Senada dengan hal tersebut, menurut Yerizon (Santosa, 2013: 153) mahasiswa diharapkan mampu untuk bernalar dengan baik mengekspresikan hasil penalarannya secara tertulis, sistematis, dan ketat (rigorous). Kegiatan ini terjadi ketika melakukan proses pembuktian.

Hasil penelitian yang dilakukan oleh Martin & Harel, Moore, dan Epp (Santosa, 2013: 153) terhadap mahasiswa matematika yang mengalami kesulitan dalam mengkonstruksi, memahami, dan melakukan validasi pembuktian. Dalam penelitian tersebut ditemukan bahwa sebanyak 52% mahasiswa matematika dalam pembelajaran menerima sebuah argumen yang keliru sebagai sebuah bukti dari pernyataan yang tidak *familiar*. Hasil penelitian tersebut sesuai dengan kondisi yang terjadi di FKIP Untika Luwuk. Hasil observasi awal yang dilakukan pada mahasiswa Semester V FKIP Untika Luwuk diperoleh informasi bahwa mata kuliah analisis real merupakan mata kuliah yang dianggap paling sulit pada program studi pendidikan matematika. Hal tersebut dikarenakan sebagian besar materi yang terdapat pada mata kuliah ini berupa pembuktian aksioma, teorema atau lemma sehingga membutuhkan teknik dasar analisis & logika matematika yang kuat.

Salah satu materi yang diajarkan pada mata kuliah analisis real adalah tentang pembuktian teorema sifat kealjabaran. Tingkat kesulitan mata kuliah analisis real ini ditunjukkan dengan banyaknya kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa pada saat membuktikan teorema sifat kealjabaran bilangan real yang berakibat rendahnya nilai hasil belajar mahasiswa.

Oleh karena itu diperlukan alternatif penyelesaian dengan tujuan untuk meminimalisir kesalahan yang dilakukan mahasiswa disetiap tingkatannya. Untuk memberikan alternatif penyelesaian yang tepat terhadap mahasiswa yang melakukan kesalahan konseptual, terlebih dahulu mengidentifikasi penyebab terjadinya kesalahan agar solusi yang diberikan bisa efektif. Salah satu alternatif penyelesaiannya adalah dengan menerapkan Teori Belajar Revolusi Sosiokultural. Revolusi Sosiokultural merupakan teori dikemukakan oleh Vygotsky. Vygotsky (Thobroni, 2016: 177) mengemukakan pandangan yang mampu mengakomodasi Sosiocultural Revolution dalam teori belajar dan pembelajaran. Ia mengatakan bahwa jalan pikiran seseorang harus dimengerti dari latar sosial budaya dan sejarahnya.

Gagasan Vygotsky mengenai reconstruction of knowledge in social setting ini bila diterapkan dalam konteks pembelajaran, maka guru harus memperhatikan hal-hal berikut (Thobroni, 2016: 182-183): (1) Pada setiap perencanaan dan implementasi pembelajaran, perhatian guru harus dipusatkan kepada kelompok anak yang tidak dapat memecahkan masalah belajar sendiri, yaitu mereka yang hanya dapat memecahkan masalah dengan bantuan; (2) Guru perlu menyediakan berbagai jenis dan tindakan bantuan yang dapat memfasilitasi anak agar mereka dapat memecahkan permasalahan yang dihadapinya. Bantuan-bantuan tersebut dapat dalam bentuk pemberian contoh. petunjuk atau pedoman mengerjakan, bagan/alur, langkah-langkah atau prosedur melakukan tugas, pemberian balikan, dan sebagainya; (3) Bimbingan atau bantuan orang dewasa atau teman yang lebih kompeten sangat efektif untuk meningkatkan produktivitas belajar; (4) Kelompok anak yang tidak dapat memecahkan masalah meskipun telah diberikan berbagai bantuan, perlu diturunkan ke kelompok yang lebih rendah kesiapan belajarnya. Setelah diturunkan mereka juga berada pada path zone of proximal development. Sedangkan kelompok yang telah mampu memecahkan masalah harus ditingkatkan tuntutannya sehingga tidak perlu membuang waktu dengan tagihan belajar yang sama bagi kelompok anak yang dibawahnya.

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut, maka dapat dirumuskan masalah penelitian sebagai berikut: (1) Bagaimanakah deskripsi kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran bilangan real?; (2) Faktor apakah yang menyebabkan terjadinya kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran bilangan real?; (3) Apakah Teori Revolusi Sosiokultural dapat mengurangi kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran bilangan real?.

Adapun tujuan dan kegunaan dalam penelitian ini adalah untuk mendapatkan gambaran yang jelas mengenai bentuk kesalahan konseptual dan faktor-faktor penyebab kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa tersebut dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran bilangan real. Selanjutnya diterapkan Teori Revolusi Sosiokultural dengan tujuan untuk meningkatkan kemampuan dan pemahaman konsep dasar pembuktian analisis real pada mahasiswa sehingga kesalahan konseptual yang dilakukan dapat diminimalisir dan nilai pada mata kuliah Analisis Real juga utamanya terkait dengan materi Pembuktian Teorema Sifat Kealjabaran Bilangan Real dapat meningkat.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dikategorikan ke dalam penelitian deskriptif-eksploratif dengan pendekatan kualitatif. Pendekatan deskriptif dilakukan untuk mendeskripsikan fakta aktual tentang kesalahan konseptual mahasiswa dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran. Sedangkan pendekatan eksploratif dimaksudkan untuk mengeksplorasi atau menggali secara kualitatif hasil penelitian yang menyangkut penyebab terjadinya kesalahan konseptual dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran dalam analisis real.

Penelitian ini berlokasi di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas Tompotika (UNTIKA) Luwuk khususnya pada Program Studi Pendidikan Matematika. Penelitian ini akan dilaksanakan selama 3 bulan yakni dimulai pada bulan April 2018 sampai dengan bulan Juni 2018.

Subyek penelitian yang menjadi target dalam penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Untika Luwuk yang saat ini berada pada semester IV (Empat) Tahun Akademik 2017/2018, dengan jumlah total 15 orang. Pemilihan Kelas B sebagai target dalam penelitian didasarkan atas hasil wawancara awal dengan dosen pelaksana mata kuliah Analisis Real. Berdasarkan wawancara tersebut diperoleh informasi bahwa kelas B yang berjumlah 15 orang tersebut lebih banyak terlihat gejala-gejala kurangnya pemahaman konseptual ketika pembelajaran Analisis Real dibanding dengan Kelas A. Selanjutnya dari 15 orang yang menjadi target tersebut kemudian diambil 4 orang sebagai subyek utama dalam penelitian untuk diwawancarai secara mendalam terkait kesalahan konseptual yang dilakukan oleh para mahasiswa tersebut. Penentuan subjek peneltian dilakukan dengan langkah sebagai berikut: (1) Memberikan tes kemampuan awal pembuktian teorema sifat kelajabaran pada 15 orang mahasiswa kelas B yang menjadi target; (2) Mengananlisis hasil pekerjaan mahasiswa dari tes kemampuan awal pembuktian teorema sifat kealiabaran: Mengelompokkan mahasiswa ke dalam berkemampuan tinggi dan berkemampuan rendah. Pengelompokkan ini berdasarkan hasil nilai rata-rata kelas dari tes kemampauan awal. Nilai ratarata kelas adalah 48. Sehingga, untuk kelompok mahasiswa berkemampuan tinggi yang mendapatkan nilai lebih dari 48. Sedangkan untuk kelompok

mahasiswa berkemampuan rendah yang mendapatkan nilai kurang dari 48; (4) Memilih 4 orang mahasiswa yang akan dijadikan sebagai subjek penelitian, yaitu 2 orang mahasiswa berkemampuan tinggi, dan 2 orang mahasiswa berkemampuan rendah. Pemilihan empat subjek penelitian tersebut, juga didasarkan pada kempuan berkomunikasi yang dimiliki oleh mahasiswa.

Prosedur Penelitian

Tahapan yang pertama dilakukan dalam penelitian ini adalah mengidentifikasi kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa program studi pendidikan matematika dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran dalam analisis real. Selanjutnya kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa dianalisis berdasarkan indikator yang telah ditetapkan. Setelah kesalahan konseptual mahasiswa teridentifikasi, maka langkah selanjutnya adalah peneliti mengekspolor atau menggali penyebab terjadinya kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa dalam membuktikan teorema sifat kelajabaran dalam analisis real. Selanjutnya, setelah mengetahui penyebab terjadinya kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa, maka peneliti menerapkan alternatif penyelesaian yang dirasa cocok dan tepat untuk meminimalisir kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa.

Dari keseluruhan tahapan penelitian, maka tujuan akhir dari penelitian ini adalah memberikan solusi atau alternatif penyelesaian yang efektif terhadap mahasiswa yang banyak melakukan kesalahan konseptual dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran dalam analisis real dengan tujuan mengurangi kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa. Selain itu, tujuan lainnya dari penelitian ini adalah solusi atau alternatif yang sudah ditetapkan dapat digunakan dan diaplikasikan secara terus menerus pada program studi pendidikan matematika.

Instrumen Penelitian

Moleong (2012: 168) menyatakan bahwa kedudukan peneliti dalam penelitian kualitatif adalah sebagai perencana, pelaksana pengumpulan data, analisis, penafsir data, dan pada akhirnya menjadi pelapor hasil penelitiannya. Dalam penelitian ini, instrumen yang digunakan, yaitu instrumen utama dan instrumen pendukung. Instrumen utama adalah peneliti sendiri. Sedangkan instrumen pendukung yang digunakan adalah tes diagnostik dan pedoman wawancara.

Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1. Hasil pekerjaan mahasiswa dari tes diagnostik dianalisis kesalahan konseptualnya.
- 2. Melakukan wawancara terhadap subjek yang telah dipilih untuk memvalidasi data dan memperoleh informasi penyebab terjadinya kesalahan konseptual mahasiswa dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran. Pelaksanaan wawancara dalam penelitian ini sifatnya semi terstruktur atau terbuka.
- 3. Triangulasi Data. Untuk menguji keabsahan data, peneliti melakukan pemeriksaan keabsahan data dengan mentriangulasi data. Triangulasi data yang digunakan dalam penelitian ini adalah triangulasi data dengan metode. Triangulasi data dilakukan dengan membandingkan kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan tes diagnostik yang diperoleh dari jawaban subjek dengan hasil wawancara.

Teknik Analisis Data

Dalam penelitian ini, teknik analisis data yang digunakan yaitu Model Miles and Huberman. Miles & Huberman (Sugiyono 2012: 337), mengemukakan bahwa aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung secara terus menerus sampai tuntas, sehingga datanya sudah jenuh. Aktivitas dalam analisis data, yaitu data reduction (reduksi data), data display (penyajian data), dan conclusion drawing/verification (penarikan kesimpulan dan verifikasi).

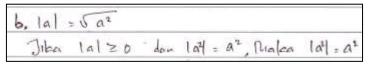
HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Hasil Penelitian

Sesuai dengan tahapan dalam penelitian ini, tahap pertama subyek penelitian (mahasiswa) diberikan tes diagnostik berupa tes pembuktian teorema sifat kealjabaran bilangan real, kemudian berdasarkan hasil tes tersebut dilakukan analisis kesalahan konseptual dan faktor penyebab terjadinya kesalahan yang dilakukan oleh para mahasiswa tersebut sebagai berikut:

Subjek Pertama RA1

Berdasarkan hasil tes diagnostik, Subjek RA1 melakukan kesalahan konseptual pada soal 1.b, 1.c, dan soal nomor 2 sebagaimana yang ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 1. Penggalan Jawaban Subyek RA1 No. 1.b.

Gambar 2. Penggalan Jawaban Subyek RA1 No. 1.c

Gambar 3. Penggalan Jawaban Subyek RA1 No. 2

Selanjutnya, dilakukan analisis kesalahan konseptual dan penyebab terjadinya kesalahan subjek RA1 sehingga diperoleh hasil sebagaimana yang terlihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 1. Data Kesalahan Konseptual dan Penyebab Terjadinya Kesalahan Subjek RA1

Kesalahan Subjek RA1			
No	Kesalahan Konseptual		Penyebab Terjadinya Kesalahan
1.	 Untuk soal nomor 1.b subjek RA1 melakukan kesalahan konseptual dengan indikator: Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema. Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian. Dari soal pembuktian a = √a² subjek RA1 hanya menuliskan satu langkah penyelesaian saja. Kemudian, subjek RA1 tidak menggunakan dan juga memberikan keterangan terkait 	•	Tidak mengetahui sifat yang akan digunakan dalam menyelesaikan soal. Kesulitan dalam mengaitkan antar sifat atau antar teorema. Kesulitan dalam menerapkan sifat atau teorema dalam menyelesaikan soal.

sifat-sifat atau teorema untuk menyelesaikan soal tersebut.

- 2. Subjek RA1 melakukan kesalahan konseptual pada soal nomor 1.c dengan indikator:
 - Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian.

Dari soal -(a + b) = (-a) + (-b) subjek RA1 tidak menuliskan teorema atau sifat pada langkah pertama dan hanya menuliskan tanda anak panah.

Tidak mengetahui sifat yang benar terhadap bentuk-bentuk aljabar tertentu pada analisis real.

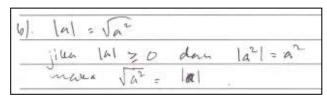
- 3. Pada soal nomor 2, subjek RA1 melakukan kesalahan konseptual dengan indikator:
 - Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema.
 - Kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian.

Dari soal untuk membuktikan jika $a \le b$ dan $c \le d$, maka $a + c \le b + d$, subjek RA1 tidak menggunakan sifat atau teorema. Namun, subjek RA1 mengetahui bahwa sifat urutan bilangan real merupakan sifat yang diperlukan untuk menyelesaikannya. Hanya saja, ia tidak mengetahui detail sifat tersebut sehingga penerapan dalam menyelesaikan soal pun kurang tepat.

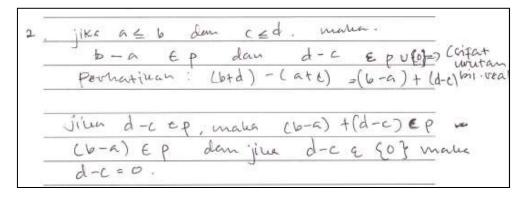
- Sulit dalam memilih serta menentukan sifat yang cocok untuk menyelesaikan soal.
- Sulit dalam menerapkan teorema dalam menyelesaikan soal.

Subjek Kedua FS2

Subjek FS2 melakukan kesalahan hanya pada nomor 1.b dan nomor 2 sebagaimana yang ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 4. Penggalan Jawaban Subyek FS2 No. 1.b



Gambar 5. Penggalan Jawaban Subyek FS2 No. 2

Selanjutnya, dilakukan analisis kesalahan konseptual dan penyebab terjadinya kesalahan subjek FS2 sehingga diperoleh hasil sebagaimana yang terlihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 2: Data Kesalahan Konseptual dan Penyebab Terjadinya Kesalahan Subjek FS2

No.	Kesalahan Konseptual	Penyebab Terjadinya Kesalahan
1.	 Subjek FS2 melakukan kesalahan konseptual pada soal nomor 1.b dengan indikator: Kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian. Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema. Dari soal a = √a² subjek FS2 	Kurang mengetahui sifat- sifat yang berkaitan dengan bentuk nilai mutlak.
	hanya menuliskan dua langkah penyelesaian saja dan juga tidak menggunakan sifat maupun teorema untuk membuktikan soal tersebut. Karena subjek FS2 tidak menggunakan sifat atau teorema dalam menyelesaikan soal, maka berdasarkan hasil jawaban subjek FS2 tidak terlihat adanya keterkaitan antar sifat atau antar teorema.	

- Dari soal nomor 2, subjek FS2 melakukan kesalahan konseptual, dengan indikator:
 - Kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian.
 - Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema.

Dari soal "Tunjukkan bahwa jika $a \le b$ dan $c \le d$, maka $a + c \le b + d$ " subjek FS2 menuliskan penggunaan sifat urutan bilangan real. Akan tetapi subjek FS2 tidak begitu mengetahui seperti apa sifat tersebut. Sehingga berdampak pada penerapan sifat tersebut yang kurang tepat.

- Kesulitan dalam mengingat atau menghapal sifat-sifat urutan bilangan bulat.
- Tidak memahami makna dari simbol-simbol yang terdapat dalam sifat urutan bilangan real.

Subjek Ketiga RL3

Subjek RL3 melakukan kesalahan konseptual pada soal nomor 1.b, 1.c, dan pada soal nomor 2 sebagaimana yang ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 6. Penggalan jawaban subyek RL3 No.1.b

Gambar 7. Penggalan Jawaban Subyek RL3 No. 1.c

di pavolch *
$$(b-a) + (d-c) \neq P$$

= $(b-a) + (d-c) \neq 0$

= $b-a+d-c \neq 0$

= $(b+d)-(a+c) + (a+c) \neq 0$

= $(b+d)-(a+c) + (a+c) \neq 0$

= $(b+d) \neq (a+c) = (a+c) \leq (b+d) / (a+c)$

= $(b+d) \neq (a+c) = (a+c) \leq (b+d) / (a+c)$

Gambar 8. Penggalan Jawaban Subyek RL3 No. 2

Selanjutnya, dilakukan analisis kesalahan konseptual dan penyebab terjadinya kesalahan subjek RL3 sehingga diperoleh hasil sebagaimana yang terlihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 3. Data Kesalahan Konseptual dan Penyebab Terjadinya Kesalahan Subjek RL3

	Kesalahan Subjek KLS		
No.	Kesalahan Konseptual		Penyebab Terjadinya Kesalahan
1.	 Subjek RL3 melakukan kesalahan konseptual pada soal nomor 1.b, dengan indikator: Kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian. Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema. Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian. Dari soal a = √a² subjek RL3 tidak mampu membuktikan soal tersebut. 	•	Bingung dengan bentuk akar dalam analisis real. Sulit untuk memilih sifat yang cocok untuk membuktikan soal yang mempunyai bentuk akar. Sulit untuk menerapkan sifat-sifat yang berkaitan dengan bentuk akar dalam menyelesaikan soal.

- 2. Pada soal nomor 1.c, subjek RL3 melakukan kesalahan konseptual dengan indikator:
 - Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian.

Dari soal -(a + b) = (-a) + (-b) subjek RL3 mampu membuktikan soal tersebut dengan benar. Namun, ia tidak menuliskan keterangan sifat atau teorema yang ia gunakan pada langkah kedua.

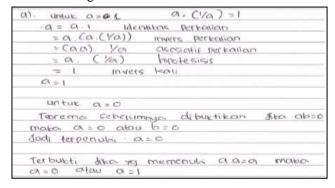
- 3. Subjek RL3 melakukan kesalahan konseptual pada soal nomor 2 dengan indikator:
 - Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema.
 - Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian.

Dari soal "Tunjukkan bahwa jika $a \le b$ dan $c \le d$, maka $a + c \le d + d$ " subjek RL3 tidak menuliskan sifat maupun teorema sama sekali dalam langkah penyelesaiannya.

- Tidak mengetahui sifat kealjabaran dengan bentuk-bentuk tertentu.
- Mesulitan dalam mengaplikasikan sifat maupun teorema dalam menyelesaikan soal.
- Mesulitan dalam mengaitkan antar sifat maupun antar teorema dalam menyelesaikan soal.
- Kesulitan dalam mengaitkan antar sifatsifat aljabar dalam analisis real.

Subjek Keempat NA4

Subjek NA4 melakukan kesalahan konseptual pada soal nomor 1.a, 1.b, 1.d, dan nomor 2 sebagai berikut.



Gambar 9. Penggalan jawaban Subyek NA4 No. 1.a

Gambar 10. Penggalan Jawaban Subyek NA4 No. 1.b

Gambar 11. Penggalan Jawaban Subyek NA4 No. 1.d

2).	a s b dan c s d maka
	$a+c \leq b+d$. $a \leq b maka b \geq a \Rightarrow b-a$.
	C Sa mara d 2c = d-c
	(b-a) + (d-c) . Ea = (b-a) + (d-c) ≥ 0.
	= b-a + d-c ≥0
Š	= b+d-a-c ≥0 =(b+d)-(a+c) ≥0
	= b+d ≥ a+c = a+c ≤ b+d

Gambar 12. Penggalan Jawaban Subyek NA4 No. 2

Selanjutnya, dilakukan analisis kesalahan konseptual dan penyebab terjadinya kesalahan subjek NA4 sehingga diperoleh hasil sebagaimana yang terlihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 4: Data Kesalahan Konseptual dan Penyebab Terjadinya Kesalahan Subjek NA4

No.	Kesalahan Konseptual	Penyebab Terjadinya Kesalahan
1.	Subjek NA4 melakukan kesalahan • pada soal nomor 1.a dengan inidikator:	Kesulitan dalam menentukan sifat-sifat yang akan digunakan
	 Kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian. 	dalam menyelesaikan soal.

 Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian.

Dari soal "buktikan bahwa $a \cdot a = a$ maka a = 0 atau a = 1" subjek NA4 menerapkan sifat asosiatif dari bentuk

$$a\left(a\cdot\frac{1}{a}\right)$$
 menjadi $\left(a\cdot a\right)\frac{1}{a}$ kemudian

ia melanjutkan dengan bentuk $a \cdot \frac{1}{a}$ serta menuliskan adanya sifat hipotesis pada bentuk tersebut.

- 2. Subjek NA4 melakukan kesalahan konseptual pada soal nomor 1.b dengan indikator:
 - Kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian.
 - Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema.
 - Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian.

Dari soal $|a| = \sqrt{a^2}$ subjek NA4 tidak mampu membuktikan soal tersebut.

Kesulitan dalam mengoperasikan bentuk tanda mutlak dalam analisis real.

- 3. Subjek NA4 melakukan kesalahan konsetual pada soal nomor 1.d dengan indikator:
 - Kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian.
 - Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema.
 - Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian.

Pada soal "buktikan bahwa, $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1} = b^{-1}a^{-1}$, untuk $a \ne 0$ dan $b \ne 0$ " subjek NA4 tidak Kesulitan dengan cara mengoperasikan bentuk soal berpangkat pada analisis real. mampu membuktikan soal tersebut. Ia hanya menuliskan soalnya kembali pada lembar jawaban.

- 4. Pada soal nomor 2, subjek NA4 melakukan kesalahan konseptual dengan indikator:
 - Kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema.
 - Kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah • pembuktian.

Pada soal "Tunjukkan bahwa jika $a \le b$ dan $c \le d$, maka $a + c \le b + d$ " subjek NA4 tidak menggunakan dan juga tidak menuliskan keterangan sifat atau teorema yang ia gunakan dalam menyelesaikan soal.

- Tidak mengetahui keseluruhan sifat-sifat yang terdapat dalam materi analisis real.
- Tidak mengingat teorema dengan baik.
- Kesulitan dalam menganalisis soal dalam pembuktian.

Berdasarkan analisis hasil tes diagnostik dari 4 subyek penelitian di atas, maka diperoleh temuan bahwa Kesalahan konseptual dengan indikator kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pebuktian dan kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian dilakukan oleh subjek berkemampuan rendah NA4. Dari soal "buktikan bahwa $a \cdot a = a$ maka a = 0 atau a = 1" subjek NA4 menerapkan

sifat asosiatif dari bentuk $a \left(a \cdot \frac{1}{a} \right)$ menjadi $\left(a \cdot a \right) \frac{1}{a}$ kemudian ia

melanjutkan dengan bentuk $a \cdot \frac{1}{a}$ serta menuliskan adanya sifat hipotesis

pada bentuk tersebut. Seharusnya, untuk menyelesaikan soal 1.a ini kita menggunakan sifat invers penjumlahan dari a yaitu -a. Setelah itu -a diubah menjadi (-1)a berdasarkan teorema 2.1.5 (b). Kemudian dilanjutkan dengan menggunakan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan. Untuk melihat kekonsistenan data yang diperoleh maka dilakukan wawancara. Dari hasil wawancara yang dilakukan, ternyata subjek NA4 melakukan kesalahan yang sama. Dari soal "buktikan bahwa $b \cdot b = b$ maka b = 0 atau b = 1" subjek NA4 juga menggunakan cara yang sama dengan sebelumnya yaitu dari

$$b\left(b\cdot\frac{1}{b}\right)$$
 menjadi $(b\cdot b)\frac{1}{b}$ kemudian ia melanjutkan dengan bentuk $b\cdot\frac{1}{b}$.

Kesalahan konseptual dengan indikator kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema, dilakukan oleh subjek berkemampuan tinggi pada soal

nomor 1.b. Kesalahan konseptual tersebut terjadi karena pada saat membuktikan soal $|a| = \sqrt{a^2}$ keempat subjek tidak mampu membuktikannya. Subjek berkemampuan tinggi RA1 dan FS2 mereka menyelesaikan soal tersebut hanya satu langkah saja dan tidak menggunakan sifat atau teorema dalam prosesnya. Selanjutnya, untuk melihat kekonsistenan data maka dilakukan wawancara terhadap subjek RA1 dan FS2. Berdasarkan hasil wawancara tersebut ternyata kedua subjek berkemampuan tinggi tersebut melakukan kesalahan yang sama. Yaitu, menyelesaikan soal dengan satu langkah saja tanpa ada sifat atau teorema dalam penyelesaiannya.

Selanjutnya, untuk subjek berkemampuan rendah RL3 dan NA4 melakukan kesalahan pada soal nomor 1.b karena mereka tidak menyelesaikan soal tersebut. Subjek berkemampuan rendah hanya menuliskan soal kembali pada lembar jawaban. Oleh karena itu, berdasarkan data yang diperoleh, maka dapat disimpulkan bahwa terjadi kesalahan konseptual pada soal nomor 1.b yaitu kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian, kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema, dan kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian.

Kesalahan konseptual kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian dilakukan oleh subjek berkemampuan tinggi RA1 dan subjek berkemampuan rendah RL3 pada soal nomor 1.c. Subjek RA1 dan RL3 sama-sama mampu menyelesaikan soal -(a+b)=(-a)+(-b) hanya saja tidak menuliskan keterangan penggunaan sifat pada salah satu langkah penyelesaian. Untuk melihat kekonsistenan data yang diperoleh maka dilakukan wawancara. Alhasil setelah dilakukan wawancara, subjek RA1 dan subjek RL3 juga tidak menuliskan keterangan sifat pada salah satu langkah penyelesaian.

Kesalahan konseptual kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian, kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema, dan kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian, dilakukan oleh subjek berkemampuan rendah NA4 pada soal nomor 1.d. Dari soal pembuktian $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ untuk $a \neq 0$ dan $b \neq 0$, subjek NA4 tidak mampu membuktikan soal tersebut. Subjek NA4 hanya menuliskan soalnya kembali pada lembar jawaban.

Kesalahan konseptual pada soal nomor 2 dengan indikator kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema dan kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian, dilakukan oleh subjek berkemampuan tinggi RA1 dan FS2. Kesalahan konseptual ini terjadi ketika menyelesaikan soal "Tunjukkan bahwa jika $a \le b$ dan $c \le d$, maka $a + c \le b + d$ ". Subjek RA1 dan FS2 mampu membuktikan soal, namun proses pembuktiannya kurang tepat dan juga tidak menuliskan sifat atau teorema yang digunakan untuk membuktikan soal tersebut. Selanjutnya, untuk melihat kekonsistenan

data, maka dilakukan wawancara terhadap subjek RA1 dan FS2. Setelah melakukan wawancara, ternyata kesalahan yang mereka lakukan masih sama yaitu proses pembuktian yang kurang tepat, dan tidak menggunakan sifat atau teorema yang digunakan dalam membuktikan soal.Sedangkan kesalahan konseptual dengan indikator kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian, dilakukan oleh subjek berkemampuan rendah RL3 dan NA4 pada soal nomor 2. Berbeda dengan subjek berkemampuan tinggi RA1 dan FS2, subjek RL3 dan NA4 mampu menjawab soal nomor 2 dengan proses yang sangat prosedural, namun tidak mengetahui penggunaan sifat apa digunakan dalam soal tersebut. Selanjutnya, untuk kekonsistenan data, maka dilakukan wawancara terhadap subjek RL3 dan NA4. Setelah melakukan wawancara, ternyata kesalahan yang mereka lakukan masih sama yaitu subjek RL3 dan NA4 mampu menyelesaikan soal nomor 2 dengan prosedural yang baik namun tidak mengetahui sifat atau teorema yang digunakan dalam membuktikan soal.

Alternatif Penyelesaian Menggunakan Revolusi Sosiokultural

Berdasarkan penyajian data tentang kesalahan konseptual dan juga penyebab terjadinya kesalahan keseluruhan subjek penelitian, terlihat bahwa subjek yang berada pada kategori kemampuan tinggi maupun subjek yang berada pada kategori rendah ternyata mereka melakukan kesalahan konseptual yang sama. Oleh karena itu, untuk meminimalisir kesalahan konseptual tersebut, maka peneliti memberikan alternatif penyelesaian dengan menggunakan langkah-langkah pembelajaran berdasarkan teori revolusi sosiokultural sebagaimana yang diungkapkan oleh Thobroni (2016: 182-183) bahwa guru harus memperhatikan hal-hal berikut: (1) Perhatian guru harus dipusatkan kepada kelompok anak yang tidak dapat memecahkan masalah belajar sendiri, yaitu mereka yang hanya dapat memecahkan masalah dengan bantuan; (2) Guru perlu menyediakan berbagai jenis dan tindakan bantuan yang dapat memfasilitasi anak agar mereka dapat memecahkan permasalahan yang dihadapinya seperti pemberian contoh, petunjuk atau pedoman mengerjakan, dan sebagainya; (3) Bimbingan atau bantuan orang dewasa atau teman yang lebih kompeten sangat efektif untuk meningkatkan produktivitas belajar; (4) Kelompok anak yang tidak dapat memecahkan masalah meskipun telah diberikan berbagai bantuan, perlu diturunkan ke kelompok yang lebih rendah kesiapan belajarnya.

Dalam pelaksanaan pembelajaran dengan menerapkan teori revolusi sosiokultural tersebut, peneliti membagi mahasiswa dalam lima kelompok belajar, dan anggota kelompoknya terdiri dari mahasiswa yang banyak melakukan kesalahan dan juga mahasiswa yang dianggap mempunyai pengetahuan lebih terhadap analisis real agar mampu membimbing mahasiswa yang banyak melakukan kesalahan. Selain membagi kelompok, peneliti juga memberikan ringkasan materi teorema sifat kealjabaran kepada setiap

kelompok. Setelah itu, peneliti memberikan penjelasan kepada setiap kelompok tentang ringkasan yang sudah dibagikan. Hal ini dilakukan secara terus menerus sampai mahasiswa memahami materi pembuktian teorema sifat kealjabaran dan juga sampai kesalahan konseptual yang dilakukan berkurang. Selain peneliti, dalam setiap kelompok juga ditunjuk seorang ketua kelompok yang berperan sebagai tutor dalam kelompoknya masing-masing. Tutor ini bertugas memberikan penjelasan dan juga bimbingan terhadap anggota kelompok yang masih mengalami kesulitan atau yang masih belum memahami materi tersebut. Disetiap akhir tatap muka peneliti memberikan tes teorema sifat kealjabaran yang dikerjakan secara individu. Hasil tes inilah yang dijadikan patokan oleh peneliti apakah kesalahan konseptual yang dilakukan oleh mahasiswa berkurang atau tidak.

Alhasil, dengan diterapkannnya revolusi sosiokultural terjadi perubahan dan juga peningkatan dari hasil tes kemampuan awal sampai dengan diberikannya tes pembuktian teorema sifat kealjabaran setelah mahasiswa mendapatkan perlakuan revolusi sosiokultural. Perubahan yang dimaksud adalah kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam membuktikan teorema sifat kealjabaran semakin berkurang. Hal ini ditunjukkan dengan nilai rata-rata kelas sebelum perlakuan adalah 48. Kemudian setelah mendapatkan perlakuan dengan revolusi sosiokultural nilai rata-rata kelas meningkat menjadi 85,27. Berikut adalah hasil tes yang diperoleh mahasiswa setelah mendapatkan perlakuan revolusi sosiokultural.

Tabel 5: Nilai Tes Mahasiswa Setelah Perlakuan Revolusi Sosiokultural

No	Nama Mahasiswa	Nilai
1	Dian Astuti Mo'o	87
2	Amalia Ramadianti	90
3	Putu Suriani	90
4	Nofrida Dongge	90
5	Yuliana	87
6	Sri Wulan	85
7	Sarni Adipa	85
8	Putri Osiana	90
9	Steviana Dalia	80
10	Ulfia Ramli	90
_11	Firmansyah Nugroho	90
12	I Gede Adi Putra	70
13	Haryono Ligou	70
14	Ria Samiun	85
15	Yuni Kartika Kountul	90

Identifikasi Kesalahan Konseptual Mahasiswa Dalam ...

Jumlah	1279
Rata-rata	85,27

Berdasarkan data tentang di atas, maka dapat disimpulkan bahwa teori revolusi sosiokultural merupakan salah satu teori yang tepat untuk meminimalisir kesalahan-kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah-masalah analisis real. Hal ini dikarenakan banyaknya bimbingan yang diberikan terhadap mahasiswa. Proses bimbingannya pun tidak hanya sekali, namun beberapa kali sampai mahasiswa tersebut mampu mengatasi kesulitan yang dialaminya. Bimbingan yang diberikan juga bukan hanya dari dosen, tetapi dari sesama teman yang memiliki pemahaman lebih tentang analisis real juga diperbolehkan melakukan bimbingan. Proses bimbingan antar teman ini dilakukan dengan tujuan, agar mahasiswa merasa lebih nyaman untuk belajar dan juga bertanya kepada teman sejawatnya. Selain itu, teori ini juga sangat memperhatikan latar belakang yang dimiliki oleh mahasiswa dalam artian, dosen harus memahami keadaan mahasiswa terlebih dahulu sebelum memulai pembelajaran maupun sebelum memberikan suatu perkuliahan.

KESIMPULAN

Kesalahan konseptual terjadi pada subjek berkemampuan tinggi dan juga subjek berkemampuan rendah, dengan indikator kurang tepat dalam menerapkan sifat teorema kealjabaran dalam pembuktian, kurang tepat dalam mengaitkan berbagai teorema, dan kurang tepat dalam memberikan keterangan pada setiap langkah pembuktian. Selanjutnya, faktor penyebab terjadinya kesalahan yaitu, tidak mengetahui sifat yang akan digunakan dalam menyelesaikan soal, kesulitan dalam mengaitkan antar sifat atau antar teorema, kesulitan dalam menerapkan sifat atau teorema dalam menyelesaikan soal, tidak mengetahui sifat yang benar terhadap bentuk-bentuk aljabar tertentu pada analisis real, sulit dalam memilih serta menentukan sifat yang cocok untuk menyelesaikan soal, kurang mengetahui sifat-sifat yang berkaitan dengan bentuk nilai mutlak, kesulitan dalam mengingat atau menghapal sifatsifat urutan bilangan bulat, tidak memahami makna dari simbol-simbol yang terdapat dalam sifat urutan bilangan real, bingung dengan bentuk akar dalam analisis real, sulit untuk memilih sifat yang cocok untuk membuktikan soal yang mempunyai bentuk akar, sulit untuk menerapkan sifat-sifat yang berkaitan dengan bentuk akar dalam menyelesaikan soal, tidak mengetahui kealjabaran dengan bentuk-bentuk tertentu. kesulitan mengoperasikan bentuk tanda mutlak dalam analisis real, kesulitan dengan cara mengoperasikan bentuk soal berpangkat pada analisis real, tidak mengetahui keseluruhan sifat-sifat yang terdapat dalam materi analisis real, tidak mengingat teorema dengan baik, dan kesulitan dalam menganalisis soal

dalam pembuktian. Teori revolusi sosiokultural merupakan salah satu alternatif untuk meminimalisir kesalahan konseptual yang dilakukan oleh mahasiswa dalam membuktikan teorema sifatkealjabaran bilangan real. Hal ini dapat ditunjukkan dengan peningkatan nilai rata-rata kelas dari 48 pada saat diberikan tes awal menjadi 85,27 pada saat tes setelah diterapkan teori revolusi sosiokultural.

Identifikasi kesalahan dan juga mengeksplor penyebab terjadinya kesalahan perlu dilakukan pada saat proses pembelajaran. Hal ini dilakukan dengan tujuan agar mahasiswa mengetahui letak kesalahan yang dilakukan dan juga tidak mengulangi kesalahan yang sama. Teori revolusi sosiokultural dapat dijadikan sebagai salah satu cara untuk mengatasi dan juga meminimalisir masalah kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika secara umum dan pada mata kuliah analisis real secara khusus.

DAFTAR PUSTAKA

- Hudojo, Herman. 2005. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Universitas Negeri Malang (UM PRESS).
- Moleong, J. Lexy. 2012. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Edisi Revisi. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Santosa, Cecep A. 2013. Mengatasi Kesulitan Mahasiswa Ketika Melakukan Pembuktian Matematis Formal. *Jurnal Pengajaran MIPA*, Vol. 18. No. 2.(Online),(https://www.google.co.id/MENGATASI+KESULITAN+MAHASISWA+KETIKA+MELAKUKAN+PEMBUKTIAN+MATEMATIS+FORMAL). Diakses 08 Juni 2017.
- Sugiyono. 2012. Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D. Bandung: Alfabeta.
- Thobroni, M. 2016. *Belajar dan Pembelajaran Teori dan Praktik*. Yogyakarta: Ar-Ruzz Media.